

Definizione di Ellisse

L'ellisse è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali la somma delle distanze da due punti fissi, detti fuochi, è costante e positiva.

Elementi Fondamentali dell'Ellisse

Fuochi: sono due punti fissi che determinano la posizione e la forma dell'ellisse.

Centro: è il punto medio del segmento che congiunge i due fuochi.

Asse Maggiore: è il segmento che unisce i vertici dell'ellisse ed è parallelo alla direzione dei fuochi. È il diametro più lungo.

Asse Minore: è il segmento perpendicolare all'asse maggiore che passa per il centro. È il diametro più corto.

Vertici: sono i punti in cui l'ellisse interseca l'asse maggiore.

Vertici Minori: sono i punti in cui l'ellisse interseca l'asse minore.

Eccentricità: è il rapporto fra la distanza di ciascun fuoco dal centro e la lunghezza del semiasse maggiore. Esprime quanto l'ellisse è "schiacciata".

Direttrici: sono due rette parallele all'asse minore poste in posizione fissa rispetto ai fuochi, utilizzate in una definizione alternativa.

Equazione dell'Ellisse

Ellisse con asse maggiore orizzontale: il termine legato alla variabile x è diviso per il quadrato del semiasse maggiore.

Ellisse con asse maggiore verticale: il termine legato alla variabile y è diviso per il quadrato del semiasse maggiore.

Se il coefficiente maggiore si trova sotto la variabile x , l'asse maggiore è orizzontale.

Se il coefficiente maggiore si trova sotto la variabile y , l'asse maggiore è verticale.

Proprietà Geometriche

Ogni punto dell'ellisse verifica la proprietà della somma delle distanze ai fuochi costante.

L'ellisse è una curva chiusa e simmetrica rispetto sia all'asse maggiore sia all'asse minore.

Procedimenti Risolutivi

1. Riconoscimento dell'Equazione dell'Ellisse

Si parte da un'equazione in forma quadratica simmetrica rispetto alle variabili.

I termini di secondo grado hanno lo stesso segno e coefficienti diversi.

Si confronta con la forma canonica per identificare il centro e gli assi.

2. Passaggio alla Forma Canonica

Se sono presenti termini lineari nelle variabili, si completa il quadrato per ciascuna variabile.

Si effettuano i traslati per riportare il centro nell'origine.

Si semplifica fino a ottenere il confronto con la forma canonica.

3. Determinazione dei Fuochi e della Eccentricità

Si calcola la distanza dal centro ai fuochi come radice della differenza tra i quadrati dei semiassi.

L'eccentricità si ottiene come rapporto tra la distanza fuoco-centro e il semiasse maggiore.

4. Intersezioni con gli Assi

Si impone la condizione y uguale a zero per trovare le intersezioni con l'asse x .

Si impone la condizione x uguale a zero per trovare le intersezioni con l'asse y .

Le soluzioni determinano i vertici principali e minori.

5. Determinazione delle Tangenti

Data un'equazione dell'ellisse, si calcola la tangente in un punto specifico applicando la derivata implicita.

Oppure si applica la formula del doppio prodotto tra i coefficienti delle variabili e le coordinate del punto.

6. Posizione di un Punto Rispetto all'Ellisse

Si sostituiscono le coordinate del punto nell'equazione dell'ellisse.

Se il risultato verifica esattamente l'uguaglianza, il punto appartiene all'ellisse.

Se il risultato è minore, il punto si trova all'interno.

Se il risultato è maggiore, il punto si trova all'esterno.

7. Ellisse con Asse Maggiore Inclinato

Quando l'ellisse non ha gli assi paralleli agli assi cartesiani, è presente un termine misto tra x e y .

Si effettua una rotazione degli assi per eliminare il termine misto.

La rotazione richiede la scelta di un angolo specifico che annulli il coefficiente del termine misto.

8. Ellisse come Sezione Conica

L'ellisse si ottiene come intersezione di un cono con un piano inclinato rispetto all'asse del cono.

È il caso in cui l'inclinazione del piano non è sufficiente a tagliare tutte le generatrici del cono come nel caso dell'iperbole.

Riflessioni Finali

L'ellisse è una figura chiave in geometria, in astronomia (orbite planetarie), e in fisica (riflessione dei raggi luminosi dai fuochi).

È sempre importante analizzare con cura gli elementi caratteristici per risolvere correttamente problemi geometrici o algebrici.