

Test di Matematica - Proiezione Ortogonale e Intersezione Retta-Piano

Problema:

Nello spazio con riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$, è dato il piano

$$\pi : 3x - 2y + 5 = 0.$$

1. Determinare le coordinate del punto H , proiezione ortogonale di $P(4, 2, 1)$ sul piano π .

2. Determinare l'intersezione della retta $s : \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$ con il piano π .

Soluzione

1. Proiezione ortogonale di $P(4, 2, 1)$ sul piano π

Passo 1: Equazione del piano π :

$$\pi : 3x - 2y + 5 = 0.$$

Osservazione: L'assenza di z indica che il piano è parallelo all'asse z .

Passo 2: Vettore normale \mathbf{n} al piano:

$$\mathbf{n} = (3, -2, 0).$$

Passo 3: Retta perpendicolare a π passante per P :

$$r : \begin{cases} x = 4 + 3t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = 1. \end{cases}$$

Passo 4: Intersezione tra r e π :

Sostituendo r in π :

$$3(4 + 3t) - 2(2 - 2t) + 5 = 0 \implies t = -1.$$

Passo 5: Coordinate di H :

$$H(1, 4, 1).$$

2. Intersezione della retta s con il piano π

Passo 1: Equazioni di s :

$$s : \begin{cases} y = x + 1, \\ z = 2. \end{cases}$$

Passo 2: Equazioni parametriche di s :

$$s : \begin{cases} x = t, \\ y = t + 1, \\ z = 2. \end{cases}$$

Passo 3: Intersezione $s \cap \pi$:
Sostituendo s in π :

$$3t - 2(t + 1) + 5 = 0 \implies t = -3.$$

Passo 4: Punto di intersezione:

$$(-3, -2, 2).$$

Risposte Finali

1. **Proiezione ortogonale H :**

$$\boxed{H(1, 4, 1)}$$

2. **Intersezione retta-piano:**

$$\boxed{(-3, -2, 2)}$$