

Ellisse

1. **Cos'è un'ellisse?**

Un'ellisse è una curva chiusa simile a un cerchio schiacciato.

2. **Come si disegna un'ellisse?**

Con due chiodi (fuochi), un filo e una matita: tieni teso il filo e traccia la curva.

3. **Equazione standard dell'ellisse**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ dove } a > b.$$

4. **Cosa sono a e b ?**

a = semiasse orizzontale, b = semiasse verticale.

5. **Dove sono i fuochi?**

Su l'asse maggiore, a distanza c dal centro, con $c^2 = a^2 - b^2$.

6. **Eccentricità dell'ellisse (e)**

$e = \frac{c}{a}$ (sempre $0 < e < 1$). Più e è piccolo, più è tonda.

7. **Ellisse verticale?**

Scambia a e b : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$.

8. **Come trovare i vertici?**

A $(\pm a, 0)$ e $(0, \pm b)$ se orizzontale.

9. **Ellisse traslata?**

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1, \text{ centro in } (h, k).$$

10. **Area dell'ellisse?**

$$A = \pi \cdot a \cdot b.$$

Iperbole

11. **Cos'è un'iperbole?**

Due curve aperte a forma di "farfalle" simmetriche.

12. **Equazione standard iperbole orizzontale**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

13. **Equazione standard iperbole verticale**

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

14. **Cosa sono a e b ?**

a = distanza dal centro al vertice, b influenza l'apertura.

15. **Dove sono i fuochi?**

Su l'asse trasverso, $c^2 = a^2 + b^2$.

16. **Asintoti dell'iperbole?**
 Rette che si avvicina ma non tocca: $y = \pm \frac{b}{a}x$ (orizzontale).
17. **Eccentricità (e)**
 $e = \frac{c}{a}$ (sempre $e > 1$). Più e è grande, più è aperta.
18. **Vertici dell'iperbole orizzontale?**
 $(\pm a, 0)$.
19. **Vertici dell'iperbole verticale?**
 $(0, \pm a)$.
20. **Iperbole traslata?**
 $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$, centro in (h, k) .

Confronto Ellisse vs Iperbole

21. **Segni nell'equazione?**
 Ellisse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
 Iperbole: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.
22. **Fuochi: formula diversa?**
 Ellisse: $c^2 = a^2 - b^2$.
 Iperbole: $c^2 = a^2 + b^2$.
23. **Eccentricità?**
 Ellisse: $0 < e < 1$.
 Iperbole: $e > 1$.
24. **Forma grafica?**
 Ellisse: chiusa.
 Iperbole: due rami aperti.
25. **Asintoti?**
 Ellisse: no.
 Iperbole: sì, rette che si avvicinano.

Esempi Pratici

26. **Esempio ellisse**
 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \rightarrow a = 3, b = 2$.
27. **Vertici?**
 $(\pm 3, 0)$ e $(0, \pm 2)$.
28. **Fuochi?**
 $c = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5} \rightarrow (\pm\sqrt{5}, 0)$.

29. **Esempio iperbole**
 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \rightarrow a = 4, b = 3.$
30. **Vertici?**
 $(\pm 4, 0).$
31. **Fuochi?**
 $c = \sqrt{16 + 9} = 5 \rightarrow (\pm 5, 0).$
32. **Asintoti?**
 $y = \pm \frac{3}{4}x.$

Trucchi per Memorizzare

33. **Ellisse: somma (+) di termini.**
 Iperbole: differenza (-) di termini.
34. **Fuochi ellisse: $c^2 = a^2 - b^2.$**
 Fuochi iperbole: $c^2 = a^2 + b^2.$
35. **Vertici ellisse: su entrambi gli assi.**
 Vertici iperbole: solo sull'asse trasverso.
36. **Iperbole ha asintoti, ellisse no.**

Applicazioni

37. **Dove si usa l'ellisse?**
 Orbite planetarie, forme di occhiali, architettura.
38. **Dove si usa l'iperbole?**
 Antenne satellitari, proiezioni acustiche.
39. **Perché si chiama iperbole?**
 Dal greco "oltre il lancio", perché supera gli asintoti.

Errori Comuni

40. **Confondere ellisse e iperbole?**
 Ricorda: ellisse è chiusa (+), iperbole è aperta (-).
41. **Sbagliare i fuochi?**
 Ellisse: $a > b$, iperbole: c è sempre più grande.

Esercizi Rapid

42. **Data** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, **trova** a e b .
 $a = 5$, $b = 4$.

43. **Trova i fuochi.**
 $c = \sqrt{25 - 16} = 3 \rightarrow (\pm 3, 0)$.

44. **Data** $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$, **è verticale?**
Sì, perché y^2 è positivo.

45. **Trova gli asintoti.**
 $y = \pm \frac{3}{2}x$.

Curiosità

46. **L'ellisse è un cerchio schiacciato?**
Sì, se $a = b$ diventa un cerchio.

47. **Iperbole equilatera?**
Quando $a = b \rightarrow$ asintoti a 45° ($y = \pm x$).

48. **Parabola vs iperbole?**
Parabola: un ramo, iperbole: due rami.

49. **L'ellisse ha sempre due assi?**
Sì, asse maggiore e minore.

50. **Come ricordare tutto?**
Ellisse: "+" e chiusa. Iperbole: "-" e aperta con asintoti!